

Вступительные задачи, 5–6 класс

1. В ряд стоит 50 человек, все разного роста. Ровно 15 из них выше своего левого соседа. Сколько человек выше своего правого соседа? Приведите все варианты и докажите, что других нет.

2. Когда добрая фея взмахивает волшебной палочкой, появляются либо 100 карамелек и 100 ирисок, либо 101 карамелька и 98 ирисок, либо 103 карамельки и 94 ириски. На детском празднике фея взмахнула палочкой несколько раз и появилось 2943 карамельки. Сколько появилось ирисок?

3. В кружке тяжелого ракетостроения занимаются 40 школьников. У каждого из них есть болтики, винтики и гвоздики. Известно, что кружковцев, у которых количество гвоздиков не равно количеству болтиков, ровно 15 человек. Количество тех, у кого число винтиков равно числу гвоздиков – 10. Докажите, что есть не менее 15 кружковцев, у которых число винтиков не равно числу болтиков.

4. На черном рынке в деревне Перестройкино, если постараться, можно обменять любые два продовольственных талона на три других и наоборот. Может ли кооператор Вася обменять 100 талонов на масло на 100 талонов на колбасу, отдав: в процессе обмена ровно 1991 талон?

5. Вот уже много лет барон Мюнхгаузен ежедневно ходит к озеру охотиться на уток. Начиная с 1 августа 1991 года, он каждый день говорит своему повару: “Сегодня я подбил уток больше, чем два дня назад, но меньше, чем неделю назад”. Какое наибольшее количество дней барон может произносить эту фразу? (Не забывайте, что Мюнхгаузен никогда не лжет).

6. В порядке возрастания выписаны числа 1, 2, 3, …, 100. Разрешается стереть несколько подряд стоящих чисел и записать вместо них число, равное их количеству (например, стереть числа 13, 14, 15 и написать вместо них число 3). Можно ли добиться того, чтобы после нескольких таких операций на доске остались числа 50, 51?

7. На математическом конкурсе было предложено несколько простых и несколько сложных задач. Участнику давали 3 очка за решение сложной и 2 очка за решение простой задачи. Кроме того, за каждую нерешенную простую задачу списывалось 1 очко. Рома решил 10 задач и набрал 14 очков. Сколько было простых задач?

8. Сто пиратов переносили на берег сундуки с сокровищами. Каждый сундук несли семеро пиратов. Капитан Сильвер считает, что во время переноски все пираты заработали поровну, поскольку каждый участвовал в переноске 65 сундуков. Докажите, что капитан ошибся.

9. В клетках прямоугольника 11×15 расставлены крестики и нолики. Известно, что в каждой строке прямоугольника крестиков больше, чем ноликов. Докажите, что обязательно найдется столбец, в котором тоже крестиков больше, чем ноликов.

10. Дети, построенные парами, выходят из лесу, где они собирали орехи. В каждой паре идут мальчик и девочка, причем у мальчика орехов либо вдвое больше, либо вдвое меньше, чем у девочки. Могло ли так случиться, что у всех вместе 1000 орехов?