

Серия 3(с): остатки сладки.

1. Докажите, что среди любых 7 натуральных чисел найдутся два, разность которых делится на 6.
2. Хулиган Вася придумал пример на деление, в котором делимое, делитель, частное и остаток оканчиваются соответственно на 1, 3, 5 и 7. Докажите, что он ошибся.
3. На поле Чудес растут деревья с золотыми монетами. Каждую ночь на каждом дереве вырастает по одной новой монете. 1 марта на деревьях было всего 1000 монет. В один из дней марта Буратино посадил еще одно дерево, и 31 марта на деревьях оказалось всего 1993 монеты. В какой день Буратино посадил дерево?
4. Докажите, что среди любых 52 целых чисел есть 2, сумма или разность которых кратна 100.
5. Натуральное число при делении на 1981 и 1982 дает в остатке 35. Каков остаток от деления этого числа на 14?
6. Докажите, что дробь $\frac{n+1}{n}$ несократима при всех натуральных n .
7. Из трех различных (ненулевых) цифр составили всевозможные двузначные числа. Их сумма равна 132. Какие цифры были взяты?
8. В клубе "Липонеум" у каждого члена ровно один друг и ровно один враг.
 - а) Докажите, что в этом клубе четное число джентльменов.
 - б) Докажите, что этот клуб можно распустить, составив из его членов два клуба так, чтобы внутри новых клубов не было ни друзей, ни врагов.