

Серия 6(с): и наконец.

1. Натуральные числа от 1 до 1000 разбиты на 20 групп. Докажите, что произведение чисел в какой-то из групп делится на 1 000 000.
2. Двадцать школьников образовали несколько клубов. В каждый клуб входят ровно четверо школьников, и для любых двух клубов не более чем один из школьников посещает их оба. Докажите, что всего клубов не более 30.
3. На полу стоят 4 большие гири. Силач Сидоров долго поднимал эти гири и пришёл к выводу, что, какие три гири ни возьми, какая-то одна гиря будет весить в 2 раза больше, чем две другие, вместе взятые. Может ли так быть? Веса некоторых гирь могут совпадать.
4. На 17 карточках написали числа от 1 до 17. Затем карточки перевернули и на их обратных сторонах также выписали числа от 1 до 17. Числа на каждой карточке сложили и все такие суммы перемножили. Докажите, что результат четен.
5. На строительство Стоунхенджа принесли 19 каменных глыб весом 1,2 т каждая и 47 глыб весом 1,1 т каждая. Начальник "Доистормонументстроя" хочет расставить их так, чтобы общий вес камней в северной и южной половинах комплекса был одинаков. Сможет ли он сделать это, не дробя камни?
6. Народная дружина состоит из 100 человек. Каждый день они дежурят по трое. Может ли в некоторый момент оказаться, что каждый дежурил с каждым ровно один раз?
7. Можно ли числа от 1 до 21 разбить на несколько групп, в каждой из которых имеется число, равное сумме всех остальных?
8. Натуральные числа x , y , z удовлетворяют уравнению $28x + 30y + 31z = 365$. Докажите, что $x + y + z = 12$.